प्रश्न—पत्र की योजना

कक्षा — XII
विषय — गणित
अवधि — 2 घण्टे 45 मिनट   पूर्णांक — 80

1. उद्देश्य हेतु अंकभार —

क्र.सं.	उद्देश्य	अंकभार	प्रतिशत
1.	ज्ञान	11	13.75%
2.	अवबोध	41	51.25%
3.	अभिव्यक्ति	27	33.75%
4.	मौलिकता	01	01.25%
	योग :—	**80**	**100.00%**

2. प्रश्नों के प्रकारवार अंकभार —

क्र. सं.	प्रश्नों का प्रकार	प्रश्नों की संख्या	अंक प्रति प्रश्न	कुल अंक प्रतिशत	प्रतिशत प्रश्नों का	संभावित समय
1.	वस्तुनिष्ठ	12	1	15.00%	24.00%	25 Min
2.	अतिलघूत्तरात्मक	6 +12 =18	1	22.50%	36.00%	32 Min
3.	लघूत्तरात्मक	13	2	32.50%	26.00%	44 Min
4.	दीर्घउत्तरीय प्रश्न	4	3	15.00%	8.00%	29 Min
5.	निबंधात्मक	3	4	15.00%	6.00%	35 Min
	योग	50		100%	100%	165 Min

विकल्प योजना : आन्तरिक

3. विषय वस्तु का अंकभार —

क्र.सं.	विषय वस्तु	अंकभार	प्रतिशत
1	सम्बन्ध एवं फलन	5	6.25%
2	प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन	6	7.50%
3	आव्यूह	8	10.00%
4	सारणिक	7	8.75%
5	सांतत्य तथा अवकलनीयता	11	13.75%
6	समाकलन	14	17.50%
7	अवकल समीकरण	9	11.25%
8	सदिश	10	12.50%
9	प्रायिकता	10	12.50%

प्रश्न–पत्र ब्ल्यू प्रिन्ट

कक्षा – 12 विषय :– गणित पूर्णांक – 80

क्र. सं.	उद्देश्य इकाई/उप इकाई	ज्ञान					अवबोध					ज्ञानोपयोग/अभिव्यक्ति					कौशल/मौलिकता					योग
		वस्तुनिष्ठ	अति.लघु	लघुत्तरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	वस्तुनिष्ठ	अति.लघु	लघुत्तरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	वस्तुनिष्ठ	अति.लघु	लघुत्तरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	वस्तुनिष्ठ	अति.लघु	लघुत्तरात्मक	दीर्घउत्तरीय	निबन्धात्मक	
1	सम्बन्ध एवं फलन	–	–	–	–	–	1(1)	1(1)	–	–	–	–	–	2(1)	–	–	–	1(1)	–	–	–	05
2	प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन	–	–	–	–	–	1(1)	2(2)	–	–	–	–	–	–	3(1) * 3(1)	–	–	–	–	–	–	06
3	आव्यूह	2(2)	–	–	–	–	–	2(2)	2(1)	–	–	–	–	2(1)	–	–	–	–	–	–	–	08
4	सारणिक	1(1)	1(1)	–	–	–	–	1(1)	2(1)	–	–	–	–	2(1)	–	–	–	–	–	–	–	07
5	सांतत्य तथा अवकलनीयता	1(1)	–	–	–	–	1(1)	2(2)	2(1)	3(1) * 3(1)	–	–	–	2(1)	–	–	–	–	–	–	–	11
6	समाकलन	–	1(1)	–	–	–	1(1)	1(1)	2(1)	–	–	–	–	2(1)	3(1) * 3(1)	4(1) *4(1)	–	–	–	–	–	14
7	अवकल समीकरण	1(1)	–	–	–	–	–	1(1)	–	–	4(1) *4(1)	–	1(1)	2(1)	–	–	–	–	–	–	–	09
8	सदिश	1(1)	2(2)	–	–	–	1(1)	1(1)	–	3(1) * 3(1)	–	–	–	2(1)	–	–	–	–	–	–	–	10
9	प्रायिकता	1(1)	–	–	–	–	–	1(1)	2(1)	–	4(1) *4(1)	–	–	2(1)	–	–	–	–	–	–	–	10

विकल्पों की योजना :– प्र.सं. 17–23 में एकान्तिक आंतरिक विकल्प है

नोट :– कोष्ठक में बाहर की संख्या अंकों की तथा भीतर प्रश्नों की द्योतक है।

निर्देश :– प्रश्न पत्र में मूल प्रश्न 23 हैं, जो प्रकारान्तर से कुल 50 हैं।

हस्ताक्षर

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान,अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा—2022

SENIOR SECONDARY EXAMINATION -2022

गणित

(MATHS)

MODEL QUESTION – PAPER

समय :— 2:45 घंटे पूर्णांक :— 80

खण्ड — अ

Part – A

Q-1 बहुविकल्पी प्रश्न —

Multiple Questions –

(i) यदि समुच्चय N में R={(a, b) : a=b-2, b>6} द्वारा प्रदत्त संबंध R हैं तो निम्न में से कौनसा सत्य हैं ? 1

(अ) $(2, 4) \in R$ (ब) $(3, 8) \in R$

(स) $(6, 8) \in R$ (द) $(8, 7) \in R$ [ ]

Let R be the relation in the set N given by R={(a, b) : a=b-2, b>6} . Choose the correct answer .

(A) $(2, 4) \in R$ (B) $(3, 8) \in R$

(C) $(6, 8) \in R$ (D) $(8, 7) \in R$ [ ]

(ii) $\tan^{-1}\sqrt{3}$ - $\sec^{-1}(-2)$ का मान बराबर है। 1

(अ) π (ब) $-\frac{\pi}{3}$

(स) $\frac{\pi}{3}$ (द) $\frac{2\pi}{3}$ [ ]

$\tan^{-1}\sqrt{3}$ - $\sec^{-1}(-2)$ is equal to -

(A) π (B) $-\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ [ ]

(iii) $A = [^{a}ij]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह हैं यदि — 1

(अ) $m < n$ (ब) $m > n$

(स) $m = n$ (द) इनमें से कोई नहीं [ ]

$A = [^{a}ij]_{m \times n}$ is square matrix, if -

(A) $m < n$ (B) $m > n$

(C) $m = n$ (D) None of these [ ]

(iv) यदि A एक 3 X 3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो |KA| का मान होगा। 1

(अ) K |A| (ब) K^2 |A|

(स) K^3 |A| (द) 3K |A| [ ]

Let A be a square matrix of order 3 X 3, then |KA| is equal to -

(A) K |A| (B) K^2 |A|

(C) K^3 |A| (D) 3K |A| [ ]

(v) यदि $x-y = \pi$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा ? 1

(अ) 0 (ब) 1

(स) -1 (द) 2 [ ]

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x-y = \pi$

(A) 0 (B) 1

(C) -1 (D) 2 [ ]

(vi) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ बराबर हैं। 1

(अ) $\frac{1}{3}x^{1/3} + 2x^{1/2} + c$ (ब) $\frac{2}{3}x^{2/3} + \frac{1}{2}x^2 + c$

(स) $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + c$ (द) $\frac{3}{2}x^{3/2} + \frac{1}{2}x^{1/2} + c$ [ ]

$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ is equal to -

(A) $\frac{1}{3}x^{1/3} + 2x^{1/2} + c$ (B) $\frac{2}{3}x^{2/3} + \frac{1}{2}x^2 + c$

(C) $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + c$ (D) $\frac{3}{2}x^{3/2} + \frac{1}{2}x^{1/2} + c$ [ ]

(vii) अवकल समीकरण $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि हैं ? 1

(अ) 2 (ब) 1

(स) 0 (द) परिभाषित नहीं [ ]

The order of the differential equation $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ is -

(A) 2 (B) 1

(C) 0 (D) not defined [ ]

(viii) यदि सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार है कि $|\vec{a}|=3$ और $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$ तब $\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश हैं यदि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण हैं :— 1

(अ) $\frac{\pi}{6}$ (ब) $\frac{\pi}{4}$

(स) $\frac{\pi}{3}$ (द) $\frac{\pi}{2}$ [ ]

Let the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ be such that $|\vec{a}|=3$ and $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, then $\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vectors, if the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is :-

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$ [ ]

(ix) दो घटनाओं A और B को परस्पर स्वतंत्र घटनाएँ कहते हैं, यदि — 1

(अ) A और B परस्पर अपवर्जी हैं। (ब) P (A'B') = [1-P(A)] [1- P(B)]

(स) P(A) = P(B) (द) P(A) + P(B) = 1 [ ]

Two events A and B will be independent, if :–

(A) A and B are mutually exclusive. (B) P (A'B') = [1-P(A)] [1- P(B)]

(C) P(A) = P(B) (D) P(A) + P(B) = 1 [ ]

(x) आव्यूह A तथा B एक—दूसरे के व्युत्क्रम होंगें केवल यदि :— 1

(अ) AB = BA (ब) AB = BA = 0

(स) AB = 0, BA = I (द) AB = BA = I [ ]

Matrices A and B will be inverse of each other only if :-

(A) AB = BA (B) AB = BA = 0

(C) AB = 0, BA = I (D) AB = BA = I [ ]

(xi) यदि $y = x^2 + 3x + 2$ हो तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान होगा ? 1

(अ) $2x + 3$ (ब) $x + 3$

(स) 2 (द) 3 [ ]

Find $\frac{d^2y}{dx^2}$, if $y = x^2 + 3x + 2_x$

(A) $2x + 3$ (B) $x + 3$

(C) 2 (D) 3 [ ]

(xii) $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$ का मान हैं। 1

(अ) 0 (ब) -1

(स) 1 (द) 3 [ ]

The value of $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$ is -

(A) 0 (B) -1

(C) 1 (D) 3 [ ]

Q-2 रिक्त स्थान की पूर्ति –

Fill in the blanks –

(i) यदि $f(x) = |x|$ तथा $g(x) = |5x - 2|$ हो तो $gof(x) =$ .... हैं। 1

Find $gof(x) =$ ...., if $f(x) = |x|$ and $g(x) = |5x - 2|$

(ii) $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ का मान .... हैं। 1

The value of $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ is ....

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ हो तो $A + B =$ .... हैं। 1

Find $A + B =$ ...., if $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

(iv) $\frac{d}{dx}[\tan(2x+3)] =$ .... हैं। 1

The value of $\frac{d}{dx}[\tan(2x+3)]$ is ....

(v) $\int_2^3 \frac{1}{x}\,dx =$ .... हैं। 1

The value of $\int_2^3 \frac{1}{x}\,dx$ is ....

(vi) सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण $\theta =$ .... हैं। 1

The value of angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ is $\theta =$ ....

Q-3 अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न –

Short Answer Type Questions -

(i) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B तक एक फलन हैं। 1

सिद्ध कीजिए कि f एकैकी हैं।

If $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ and let $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ be a function from A to B.

Show that f is one-one .

(ii) यदि $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$, then find the value of x .

(iii) समीकरण $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ से x, y तथा z का मान ज्ञात कीजिए। 1

Find the value of x, y and z from the equation is $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

(iv) दूसरी पंक्ति के अवयवों के सहखंडों का प्रयोग करके $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Using Cofactors of elements of second row, evaluate $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

(v) $e^{\sin^{-1}x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए। 1

Differentiate $e^{\sin^{-1}x}$ with respect to x .

(vi) $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Find $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}}\,dx$.

(vii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$ $(-2<y<2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 1

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$ $(-2<y<2)$.

(viii) दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ और $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ संरेख हैं। 1

Show that the vectors $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ are collinear .

(ix) यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ और A एवं B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 1

If $P(A) = \frac{3}{5}$ and $P(B) = \frac{1}{5}$, find $P(A \cap B)$ if A and B are independent events .

(x) यदि शीर्ष (2, -6), (5, 4) और (K, 4) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई हो तो K का मान ज्ञात कीजिए। 1

If area of triangle is 35 sq. units with vertices (2, -6), (5, 4) and (K, 4). Find the value of K.

(xi) वक्रों के कुल $y = a \sin (x + b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 1

Form the differential equation representing the family of curves $y = a \sin (x + b)$, where a, b are arbitrary constants.

(xii) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलगन भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गई है। 1

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

खण्ड — ब
Part – B

4. सिद्ध कीजिए कि R में, $R=\{(a, b) : a \le b\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R स्वतुल्य तथा संक्रामक हैं किन्तु सममित नहीं हैं। [यहाँ R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हैं।] 2

Show that the relation R in R defined as $R =\{(a, b) : a \le b\}$ is reflexive and transitive but not symmetric.

5. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ एवं $A^2 = KA - 2I$ हो तो K का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, Find K so that $A^2 = KA - 2I$.

6. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :— 2

$5x + 2y = 4$
$7x + 3y = 5$

Solve the following system of equations by matrix method :-

$5x + 2y = 4$
$7x + 3y = 5$

7. दर्शाइए कि $g(x) = x-[x]$ द्वारा परिभाषित फलन समस्त पूर्णांक बिन्दुओं पर असतत हैं। यहाँ [x] उस महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता हैं जो x के बराबर या x से कम हैं। 2

Show that the function defined by $g(x) = x-[x]$ is discontinuous at all integral points. Here [x] denotes the greatest integer less than or equal to x.

8. $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$ dx का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$ dx .

9. एक पासे को 7 बार उछालने पर तथ्यतः दो बार 5 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

Find the probability of getting 5 exactly twice in 7 throws of a die.

10. x के किस मान के लिए – 2

$$[1 \quad 2 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0$$ हैं।

For what values of x –

$$[1 \quad 2 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0 \quad ?$$

11. यदि $x = a(\theta + \sin\theta)$ तथा $y = a(1-\cos\theta)$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = a(\theta + \sin\theta)$ and $y = a(1-\cos\theta)$.

12. सारणिक के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि :– 2

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

By using properties of determinations. Show that :-

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

13. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ dx ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ dx .

14. निम्नलिखित अवकल समीकरण के लिए दिए हुए प्रतिबन्ध को सन्तुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। 2

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x \quad : y = 1 \text{ यदि } x = 0$$

The following differential equation. Find a particular solution satisfying the given condition :-

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x \quad : y = 1 \text{ if } x = 0$$

15. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \lambda \vec{b}$, $\vec{c}$ पर लम्ब हैं तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} + \lambda \vec{b}$, is perpendicular to $\vec{c}$, then find the value of λ .

16. एक विशेष समस्या को A ओर B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ हैं। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से समस्या हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता हैं। 2

Probability of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the problem independently, Find the probability that exactly one of them solves the problem.

खण्ड – स
Part – C

17. सिद्ध कीजिए :– 3

$$\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right), \quad x \in [0, 1]$$

Prove that :-

$$\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right), \quad x \in [0, 1]$$

अथवा

OR

निम्नलिखित समीकरण को सरल कीजिए :–

$$\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1}{2}\tan^{-1}x \quad : x > 0$$

Solve the following equation :-

$$\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1}{2}\tan^{-1}x \quad : x > 0$$

18. फलन $x^y + y^x = 1$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 3

Find $\frac{dy}{dx}$ of the function $x^y + y^x = 1$.

अथवा

OR

माध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए, यदि अंतराल [a, b] में $f(x) = x^2-4x-3$, जहाँ a=1 और b=4 हैं।
Verify Mean Value Theorem, if $f(x) = x^2-4x-3$ in the interval [a, b], where a=1 and b=4 .

19. $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$ ज्ञात कीजिए। 3

Find $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$.

अथवा

OR

$\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+3)} . dx$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+3)} . dx$.

20. दर्शाइए कि बिन्दु A, B और C जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} -3\hat{j} -5\hat{k}$ हैं, एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों का निर्माण करते है। 3

Show that the points A, B and C with position vectors, $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} -3\hat{j} -5\hat{k}$ respectively form the vertices of a right angled triangle.

अथवा

OR

सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ हैं।

Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

खण्ड — द
Part – D

21. $\int_0^{\pi} \log(1+\cos x)dx$ ज्ञात कीजिए :— 4

Find $\int_0^{\pi} \log(1+\cos x)dx$

अथवा

OR

$\int_0^{\pi/4} \frac{(\sin x+\cos x)}{(9+16\sin 2x)}.dx$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int_0^{\pi/4} \frac{(\sin x+\cos x)}{(9+16\sin 2x)}.dx$

22. दर्शाइए कि अवकल समीकरण $x\cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = y\cos\left(\frac{y}{x}\right)+x$ समघातीय हैं और इसका हल ज्ञात कीजिए। 4

Show that the differential equation $x\cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = y\cos\left(\frac{y}{x}\right)+x$ is homogeneous and solve it .

अथवा

OR

अवकल समीकरण $(\tan^{-1}y - x)\,dy = (1+y^2)\,dx$ का हल ज्ञात कीजिए।

Solve the differential equation $(\tan^{-1}y - x)\,dy = (1+y^2)\,dx$

23. एक व्यावसायिक निर्माता के पास A, B तथा C तीन मशीन ऑपरेटर हैं। मशीन ऑपरेटर A, 1% खराब सामग्री उत्पादित करता है तथा B, 5% और C, 7% खराब सामग्री उत्पादित करता है। कार्य पर ऑपरेटर A कुल समय का 50% लगाता है। ऑपरेटर B कुल समय का 30% तथा C कुल समय का 20% लगाता है। यदि एक खराब सामग्री उत्पादित है तो इसे A द्वारा उत्पादित किये जाने की प्रायिकता क्या है ? 4

A Manufacturer has three machine operators A, B and C. The first operator A produces 1% defective items, where as the other two operators B and C produce 5% and 7% defective items respectively. A is on the job for 50% of the time, B is on the job for 30% of the time and C is on the job 20% of the time. A defective item is produced, what is the probability that it was produced by A ?

अथवा

OR

ताश के 52 पत्तों की एक भली—भाँति फेंटी गई गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर बिना प्रतिस्थापना के (या एक साथ) निकाले जाते हैं। बादशाहों की संख्या का माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

Two Cards are drawn simultaneously (or successively without replacement) from a well shuffled pack of 52 cards. Find the Mean and Variance of the number of kings.